Université Sidi Mohammed Ben abdellah
Ecole Nationale Des Sciences Appliquées
Fès

Année universitaire 2018-2019

Epreuve d'Analyse 4
CP 2
(Durée : 2 H)

N.B. : Aucun document n'est autorisé.

Exercice 0.1 *(4 pts) Soit g la fonction périodique de période 2π définie par $g(x) = 2x$ sur $]-\pi;\pi]$.*

1. *Calculer les coefficients de la série de Fourier associée à la fonction g.*
2. *Montrer que :* $\sum_{n=1}^{n=+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin(nx) = \frac{x}{2}$ *pour tout* $x \in]-\pi;\pi[$.
3. *En déduire la valeur de la somme* $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$, *ainsi que celle de* $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$.

Exercice 0.2 *(4 pts) Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{at}\mathcal{H}(t)$, où $a \in \mathbb{R}$ et* $\mathcal{H}(t) = \begin{cases} 1 & si\ t \geq 0 \\ 0 & si\ t < 0 \end{cases}$

1. *Montrer que la transformée de Laplace de la fonction f est $\mathcal{L}(f(t))(p) = \frac{1}{p-a}$ pour tout $p \in \mathbb{C}$ tel que $Re(p) > a$.*
2. *En utilisant la Transformée de Laplace, déterminer les fonctions causales vérifiant :* $(\forall t \geq 0)$: $\int_0^t e^{t-x} f(x)dx = \sin(t)$.
3. *On considère l'équation différentielle suivante :*
   (E) : $y''(t) + 5y'(t) + 4y(t) = e^{-2t}\mathcal{H}(t)$ *avec* $y(0) = 1$ *et* $y'(0) = 0$
   3-1. *Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que* $\frac{p^2+7p+11}{(p+1)(p+2)(p+4)} = \frac{a}{p+1} + \frac{b}{p+2} + \frac{c}{p+4}$
   3-2. *En utilisant la Transformée de Laplace, résoudre l'équation différentielle (E).*

Exercice 0.3 *(5.5 pts) On considère la fonction de la variable complexe définie par $g(z) = e^{\bar{z}}$.*

1. **1-1.** *En posant $z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R})$, écrire $g(z)$ sous forme $g(x+iy) = P(x,y) + iQ(x,y)$ où P et Q sont deux fonctions de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$.*
   1-2. *Montrer que gest holomorphe sur $\mathbb{C}$ (en utilisant les C.C.R), puis donner la fonction dérivée $g'(z)$ en fonction de x et y.*
2. *On considère la fonction f définie par $h(z) = \frac{e^z}{z^2+1}$.*
   Pour $R > 0$, on considère Γ_R le circuit constitué par :
   C_R^+ : le demi cercle supérieur de centre 0 et de rayon R et S_R le segment $[-R, R]$.
   2-1. *Expliquer pourqoi h est holomorphe dans $\mathbb{C} \setminus \{-i, i\}$.*
   2-2. *Calculer $\int_{\Gamma_R} h(z)dz$ pour $R > 1$ et pour $R < 1$.*

Exercice 0.4 *(6.5 pts) Soit $a \in]0;+\infty[$. On considère la fonction f Définie par $f(t) = e^{-a|t|}$.*

1. *Vérifier que f est absolument intégrable sur $\mathbb{R}$.*
2. *déterminer la Transformée de Fourier de la fonction f.*
3. *En utilisant la méthode des résidus, montrer que* $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ixt}}{(1+t^2)^2}dt = \frac{\pi}{2}(a+1)e^{-a}$.
   (Considérer le circuit Γ_R définie dans l'exercice 3 avec $R > 1$.)
4. *Montrer que si f est paire alors, sa transformée de Fourier, $\hat{f}$ est aussi paire.*
5. *En déduire la transformée de Fourier de la fonction définie par* $h(t) = \frac{1}{(1+t^2)^2}$

Bon courage

Scanned with CamScanner

Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Fès

2018-2019
Algèbre IV
CP2

EVALUATION DE FIN DE SEMESTRE
Session ordinaire (Durée : 2h00)

Exercice 1. On considère l'anneau $\mathbb{R}[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbb{R}$. Soient $P = X^3 + X^2 + X + 1$ et $Q = X^3 - X^2 + X - 1$.

(1) Montrer $(P) + (Q) = (X^2 + 1)$ (Indication : vérifier que $\text{pgcd}(P, Q) = X^2 + 1$).

(2) On note $j = e^{2i\pi/3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Nous rappelons que $j^2 + j + 1 = 0$.

(a) Montrer que l'application

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R}[X] & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ & P & \longmapsto & P(j) \end{array}$$

est un morphisme d'anneaux

(b) Montrer que f est surjectif (remarquer que $i = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}j$).

(3) Montrer que $\ker(f) = (X^2 + X + 1)$ (considérer la division euclidienne de $P \in \ker(f)$ par le polynôme $X^2 + X + 1$).

(4) En déduire que $\mathbb{R}[X]/(X^2 + X + 1) \cong \mathbb{C}$.

(5) Que peut-on dire de l'idéal $(X^2 + X + 1)$ de $\mathbb{R}[X]$?

Exercice 2. On considère l'anneau $\mathbb{Z}[i] = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ sur lequel on définit l'application norme N donnée par $N(a + ib) = |a + ib|^2 = a^2 + b^2 \in \mathbb{N}$.

(1) Vérifier que N est multiplicative.

(2) Déterminer les éléments inversibles de $\mathbb{Z}[i]$.

(3) Soient $x, y \in \mathbb{Z}[i]$ avec $y \neq 0$.

(a) Montrer qu'il existe $q \in \mathbb{Z}[i]$ tel que $\left|q - \frac{x}{y}\right| < 1$.

(b) On pose $r = x - qy$. Vérifier que $|r| < |y|$.

(c) Conclure que l'anneau $\mathbb{Z}[i]$ est Euclidien.

(d) Chercher une division euclidienne de $x = 5 + 6i$ par $y = 2 - 3i$ dans $\mathbb{Z}[i]$.

(4) Donner tous les diviseurs de $-1 + 3i$ dans $\mathbb{Z}[i]$.

(5) Donner tous les pgcd de $2i$ et $-1 + 3i$ dans $\mathbb{Z}[i]$.

Scanned with CamScanner

Exercice 1 : (7 points)

Une enquête auprès de 500 visiteurs d'un musée âgés d'au moins 15 ans permet d'obtenir la distribution statistique ci-après :

Tableau- Enquête sur un musée. Distribution des visiteurs

Age (en années)	Nombre de visiteurs
De 15 à moins de 25 ans	96
De 25 à moins de 35 ans	118
De 35 à moins de 50 ans	138
De 50 à moins de 65 ans	101
65 ans et plus	47

1- Déterminez la nature de la variable associée au caractère « âge du visiteur » (on nommera cette variable X). Calculez les fréquences et les fréquences cumulées croissantes.
2- Calculez le mode, la médiane, les quartiles et la moyenne arithmétique.
3- Calculez les caractéristiques de dispersion suivantes : l'étendue, l'écart absolu moyen par rapport à la moyenne arithmétique et l'écart-type.

Exercice 2 : (8points)

Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. On admet que lors du premier appel téléphonique, la probabilité que le correspondant ne décroche pas est 0,4 et que s'il décroche, la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire est 0,3. On pourra construire un arbre pondéré

1. On note :
- **D1** l'événement : « la personne décroche au premier appel » ;
- **R1** l'événement : « la personne répond au questionnaire lors du premier appel ».

Calculer la probabilité de l'événement R1.

2. Lorsqu'une personne ne décroche pas au premier appel, on la contacte une seconde fois. La probabilité pour que le correspondant ne décroche pas la seconde fois est 0,3 et la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire sachant qu'il décroche est 0,2. Si une personne ne décroche pas lors du second appel, on ne tente plus de la contacter. On note :
- **D2** l'événement : « la personne décroche au second appel » ;
- **R2** l'événement : « la personne répond au questionnaire lors du second appel » ;
- **R** l'événement : « la personne répond au questionnaire ».

Montrer que la probabilité de l'événement R est 0,236.

3. Sachant qu'une personne a répondu au questionnaire, calculer la probabilité pour que la réponse ait été donnée lors du premier appel. (On donnera la réponse arrondie au millième)
4. Un enquêteur a une liste de n personnes à contacter ($n > 1$). Les sondages auprès des personnes d'une même liste sont indépendants.

a) Calculer en fonction de n, la probabilité qu'au moins une personne de la liste réponde au questionnaire.

b) Déterminer le nombre minimal de personnes que doit contenir la liste pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elles réponde au questionnaire, soit supérieure `a 0,9. **Attendre l''etude de la fonction logarithme népérien pour résoudre cette question.**

Exercice3 : (5points)

Une classe compte 30 élèves dont 20 filles. A chaque cours de mathématiques, le professeur interroge au hasard un élève de la classe, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogés. On considère un entier positif ou nul et on note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de jours consécutifs.

1) Quelle est la loi de X ?

2) Quelle est la probabilité que sur 10 jours consécutifs, soient interrogées 4 filles exactement ? Au moins 4 filles ?

3) Quel doit être le nombre minimal de cours consécutifs pour que la probabilité qu'aucune fille ne soit interrogée soit inférieure à 0,001 ?

Scanned with CamScanner

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
ENSA de Fès

2013/2014

Examen(CP2)
Probabilité Statistique

Durée 2h

EXERCICE 1: Une petite usine de traitement d'eau potable possède une pompe principale et une pompe d'urgence de moindre capacité. La pompe d'urgence entre en fonction seulement lorsque la pompe principale tombe en panne. La pompe principale est en panne 2% du temps. Lorsqu'il y a panne, la pompe d'urgence fonctionne correctement 99% du temps. On estime avoir des probabilités de 97% et 80% que la pompe principale et la pompe d'urgence, respectivement, fournissent le débit correspondant à la demande du moment lorsqu'elles fonctionnent. On choisit un moment au hasard, quelle est la probabilité qu'a ce moment :

1) La pompe principale fonctionne ?
2) La pompe d'urgence fonctionne ?
3) Les deux pompes ne fonctionnent pas ?
4) L'usine ne fournit pas le débit correspondant à la demande ?

EXERCICE 2 : Une opération chirurgicale a 80% de chances de réussir. Cette opération est réalisée dans une clinique 40 fois chaque année. Soit xle nombre d'opérations non réussis.

1) Calculer la probabilité que la clinique réussisse au moins 30 opérations dansl'année.
2) Calculer la probabilité que la clinique rate plus de 7 opérations dans l'année.
3) L'assurance accepte de couvrir un certain nombre d'opérations ratées : ce nombre n'a que 1% de chances d'être dépassé. Quel est-il ?

Exercice 3: Dans la série statistique ci-contre, deux valeurs ont été effacées. Pouvez-vous retrouver les valeurs manquantes ? Calculer le coefficient de corrélation.

xi		4,6	8,2	6,8	
yi	8,5	4,8		5,9	6

EXERCICE 4 : Un producteur de barres plastiques propose des lots en nombre de 12 barres chacun. La pesée de chaque lot donne pour poids moyen l'intervalle de confiance au seuil de 5% : [390g, 520g].

1) Donner la moyenne et la variance du poids de chaque lot.
2) Le fabricant veut procéder à un contrôle de la qualité de ces barres. Il vérifie sur une période de 100 jours les barres non conformes. Il obtient les résultats suivants :

Nbre debarres non conformes: X_i	0	1	2	3	4
Nbre de jours : n_i	46	34	15	4	1

Calculer le nombre moyen de barres non conformes trouvées par jour, ainsi que la variance de cette distribution. Par quelle loi statistique peut-on ajuster cette distribution ? Vérifier la validité de cet ajustement par un test du χ^2.

Tournez la page S.V.P

Scanned with CamScanner

ENSA 2016/2017

Examen Rattrapage
Probabilité Statistique
Durée 1h 30 mn

Exercice 1 : Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un magnétoscope.
La probabilité qu'il achète un téléviseur est de 0.6. La probabilité qu'il achète un magnétoscope sachant qu'il a acheté un téléviseur est 0.4. La probabilité qu'il achète un magnétoscope sachant qu'il n'a pas acheté de téléviseur est 0.2.
1- Quelle est la probabilité qu'il achète un téléviseur et un magnétoscope ?
2- Quelle est la probabilité qu'il achète un magnétoscope ?
3- Le client a acheté un magnétoscope. Quelle est la probabilité qu'il achète aussi un téléviseur?

EXERCICE 2: Un contrôleur teste un lot de 200 bocaux prélevés sur une production dont le pourcentage de bocaux mal remplis est 2%.
On désigne par X la variable aléatoire désignant le nombre de bocaux mal remplis dans ce lot.
1- Quelle est la loi suivie par X ? Calculer l'espérance et l'écart-type de X.
2- Calculer P (X = 2).
3- Peut-on faire une approximation de cette loi par une autre loi, justifier votre réponse.
4- Calculer les probabilités suivantes : P (X ≤ 2), P (X > 1), P (X = 0), P (X > 3).

EXERCICE 3: Une machine remplit automatiquement des boites de sucre en poudre de telle façon que le poids de sucre effectivement contenu dans une boite soit une variable aléatoire normale de paramètres m et σ exprimés en grammes. On souhaite régler la machine de sorte que le poids de sucre contenu dans une boite dépasse 980 grammes avec une probabilité de 95%.
1. Lorsque σ = 30, quelle valeur faut-il donner à la moyenne m.
2. Lorsque m = 1000, quelle valeur doit avoir l'écart-type σ ?

Supposant maintenant que les paramètres m et σ sont 900 et l'écart-type est 30.
3. Sur une production de 1000 boites, combien auront un poids inférieur à 750g.
4. Quelle valeur fat-il donner au poids moyen pour que cette production soit de 25%.

EXERCICE 4: Dans la série statistique ci-contre, deux valeurs ont été effacées. Pouvez-vous retrouver les valeurs manquantes ? Calculer le coefficient de corrélation.

xi		4,6	8,2	6,8	
yi	8,5	4,8		5,9	6

Scanned with CamScanner

Université Sidi Mohammed Ben Abdellah

Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Fès

Examen de la matière : Structures de données en C
Prof : Karima AISSAOUI
Durée : 1h30

Exercice 1 : QCM (4 pts)

Remarque : Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Chaque mauvaise réponse enlève 0,5 point. Ne répondez pas au hasard.

1. Quel tri est de type diviser pour régner ?

☐ Tri par insertion ☐ Tri par bulle ☐ Tri par fusion

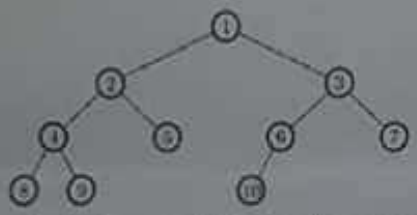
2. On insère les éléments [1, 9, 6, 3, 2], dans cet ordre, dans une pile. Dans quel ordre vont-ils ressortir ?

☐ [1, 9, 6, 3, 2] ☐ [2, 3, 6, 9, 1] ☐ [1, 2, 3, 6, 9]

3. On insère les éléments [1, 9, 6, 3, 2], dans cet ordre, dans une file. Dans quel ordre vont-ils ressortir ?

☐ [1, 9, 6, 3, 2] ☐ [2, 3, 6, 9, 1] ☐ [1, 2, 3, 6, 9]

4.



Dans l'arbre de la figure ci-dessus, le nœud 5 est :

☐ Une feuille ☐ un nœud interne ☐ une racine ☐ aucun des trois

Exercice 2 : Questions de cours (5 pts)

1. Expliquer pourquoi on ne peut pas avoir dans une structure C nommée « X », un champ de type « X ». Comment résoudre ce problème en C ?
2. Donner la définition d'une pile et celle d'une file.
3. Donner la définition d'un arbre binaire de recherche. C'est quoi son utilité ?
4. Donner la définition d'une table de hachage. C'est quoi son utilité ?
5. Donner le principe de tri dans l'algorithme de tri par insertion.

Exercice 3 :(4 pts)

1. Écrire une fonction (récursive) nombre_de_noeuds() qui calcule le nombre de nœuds d'un arbre binaire.

2. Écrire une fonction affiche_arbre() qui affiche les valeurs des nœuds d'un arbre binaire de recherche parordre croissant (choisissez le bon type de parcours des nœuds de l'arbre, . .).

Exercice 4 :(7 pts)

Soient les déclarations C suivantes :

Scanned with CamScanner

Examen de la matière : Structures de données en C
Prof : Karima AISSAOUI
Durée : 1h30

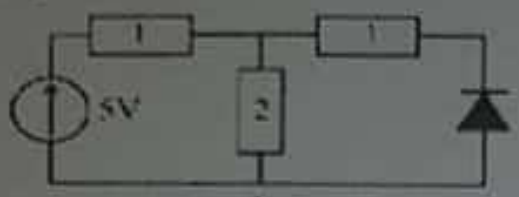
```
typedef struct Node
{
int data;
struct Node* next;
} Node;
typedef Node* List;
List head = NULL;
```

1. Écrire un programme principal qui permet d'insérer les éléments 0, 1, 4, 9, 16 et 25 (dans cet ordre), dans la liste **head**.
2. Écrire une procédure qui affiche dans l'ordre, les éléments impairs de la liste **head**.
3. Écrire une procédure récursive qui supprime tous les éléments pairs de la liste **head**.
4. Écrire une procédure qui teste si la liste **head** contient un élément donné « x ».

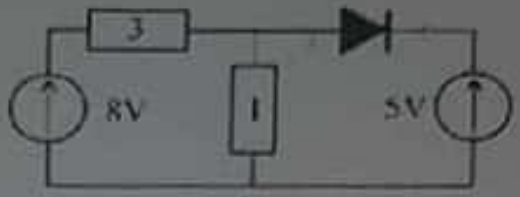
Scanned with CamScanner

Exercice 1 :

Pour les deux montages suivants, la diode est parfaite, et les valeurs des résistances sont exprimées en kΩ :



a)

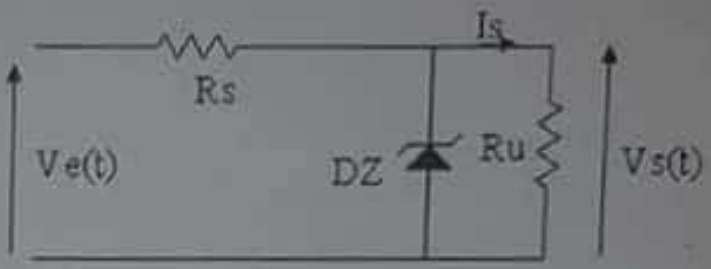


b)

1. Déterminer le courant Ia traversant la diode du circuit a.
2. Déterminer le courant Ib traversant la diode du circuit b.

Exercice 2 :

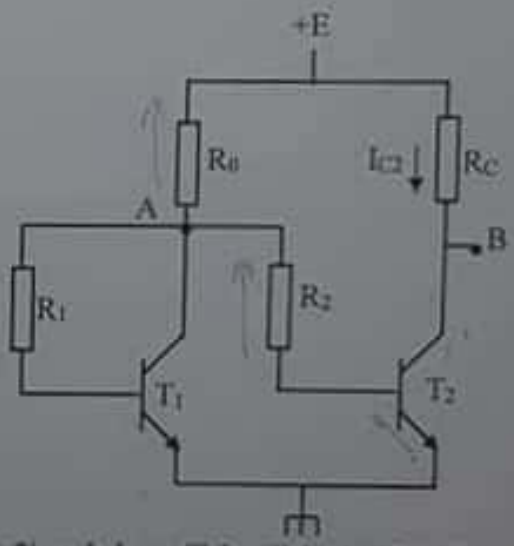
On considère le circuit ci-contre, où Ve est une tension sinusoïdale variable entre les limites : 40 V< Ve < 60 V, Ru=1,8 KΩ, Vz= 45 V et la résistance dynamique de la diode Rz=0 Ω.



1. Lorsque Ve=40 V on mesure Is=20 mA. En déduire la valeur de Rs.
2. A partir de quelle valeur de Ve, la tension de sortie est-elle régulée. Déterminer la valeur de Is dans ce cas.

Exercice 3 :

On considère le circuit ci-dessous :

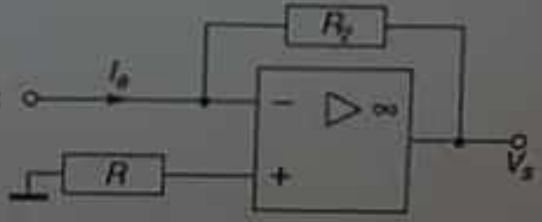


E = 22 V
R_C = 5 KΩ
R_B = 8 KΩ
$R_1 = R_2$ = 11 KΩ
$\beta_1 = \beta_2 = \beta$ = 110
$V_{BE1} = V_{BE2}$ = 0,7 V

1 – Calculer les courants de collecteur (Ic1 et Ic2) et de base (Ib1 et Ib2) de T1et T2.
2 – Déterminer les potentiels des points A et B.
3 – Exprimer I_{C2} en fonction de V_{BE1}, V_{BE2}, β et des résistances.

Exercice 3 :

On considère le circuit ci-contre où l'amplificateur opérationnel est idéal, avec R = R_2 = 1KΩ et Ie = 1mA :



1. Calculer VS la tension de sortie.
2. Donner la fonction réalisée par ce circuit.

Scanned with CamScanner

Universidad Sidi Mohamed Ben Abdellah
Escuela Nacional de Ciencias Aplicadas

Curso 2018/2019
CP2

Prueba de español

Escuela de Ballet en la Habana (Cuba)

En esta escuela estudian los alumnos desde los 9 hasta los 14 años. El ritmo de trabajo es muy duro, tienen clase por la mañana y por la tarde. Por la mañana, las clases **empiezan** a las 7.15 todos los días, y algunos alumnos se levantan a las 5 de la mañana. Las clases de baile **terminan** a las 12, y a esa hora los alumnos van a otra escuela que está cerca. Allí estudian las mismas asignaturas (lengua, matemáticas, geografía, etc.) que los demás niños de su edad. Terminan las clases a las 6 de la tarde y a veces vuelven otra vez a la escuela de ballet, hasta las 8.

I. Comprensión

1. **Contesta con verdadero (V) o falso (F) y corrige las frases falsas:** (6 puntos)

- La edad de acceso a la escuela no es limitada. F
- Las clases empiezan a las siete y cuarto. T
- Las clases de baile duran más de cinco horas. F
- Todos los alumnos se levantan a las 5 de la mañana. T
- La escuela donde estudian está lejos. F
- Las clases siempre terminan a las 8 de la tarde. F las clases siempre terminan a las 6 de la tarde.

II. Vocabulario y gramática

1. **Da el sinónimo de las palabras subrayadas.** (1 p.)
2. **Forma el plural de las siguientes frases.** (2 p.)

- Este edificio es muy moderno. estos edificios son muy modernos
- El profesor explica la lección de gramática. los profesores explican la lección de gramática

3. **Conjuga en presente** (1,5 p.)

- Julio y Miguel **(querer)** viajar este fin de semana a Madrid.
- Ellas no **(poder)** hacer los ejercicios porque son difíciles.
- Mi profesora **(decir)** que hablo francés muy bien.
- ¿A qué hora **(salir**, vosotros) de la escuela?

4. **Completa con 'Ser o estar'** (2) p.)

- Elena y Julia .....muy contentas hoy.
- Su casa.....en un barrio tranquilo.
- Este reloj ..... caro.
- La escuela donde estudio.....grande y bonita.

Scanned with CamScanner

5. ¿Qué hora es? (2 p.)

6. **Escribe en letras el número ordinal adecuado** (1,5 p.)

- vive en el 1° piso.
- Ella está en 3° de Medicina.
- La oficina de Andrés está en la 6° planta.

7. **Escribe los números en letras.** (1 p.)

- El abuelo de Juan tiene 95 años.
- En este colegio hay 570 estudiantes

8. **Escribe la pregunta adecuada para estas respuestas :** (3 puntos)

- ¿ Que es la conferencia ? — La conferencia es mañana por la tarde.
- ¿ De donde es ella ? — Ella es de Valencia.
- ¿ como va tu trabajo ? — Voy al trabajo en coche.

Scanned with CamScanner

Examen (session de Mai)
Droit de l'environnement
2ème Année Cycle Préparatoire (CP2)

1 : Quelles sont les conventions de RIO ? Préciser leurs objectifs

2 : Compléter avec ce qui convient :

- .....: la loi cadre portant charte nationale de l'environnement et du développement durable
- La loi 12-03: .....
- ..... : relative à la protection et à la mise en valeur de l'environnement
- La loi 28-00: .....
- ..... : relative aux aires protégées
- La loi 10-95:.....
- ..... : relative à la lutte contre la pollution de l'air

3 : a / Préciser quelques objectifs des lois suivantes :
28-00 ; 12-03 ; 77-15 ; 13-03 ; 10-95

b/ Choisir la ou les bonnes réponses

- **Parmi les objectifs de la loi 22-07 :**
  - La conservation, la mise en valeur et la réhabilitation du patrimoine naturel et culturel
  - La création de la police de l'environnement
  - La recherche scientifique
  - lutte contre les émissions des polluants atmosphériques
- **Parmi les objectifs de la loi 99-12 :**
  - Renforcer la protection et la préservation des ressources et des milieux naturels, de la biodiversité et du patrimoine culturel
  - la mise en place d'une politique nationale de l'eau
  - Définir les engagements de l'État et de différents concernés
  - Renforcer les mesures d'atténuation et d'adaptation aux changements climatiques et de lutte contre la désertification
  - la valorisation des déchets par le réemploi et le recyclage

4 : a / Préciser les champs d'application des lois suivantes :
12-03 ; 13-09 ; 77-15

Scanned with CamScanner

b/choisir la ou les bonnes suggestions :

- Sont soumis aux dispositions de la loi 77-15 : les sacs de congélation et les sacs isothermiques
- Sont exclus du champ d'application de la loi 77-15 : les sacs en plastique à usage industriel ou agricole.
- Sont soumis aux dispositions de la loi 13-03 : Les installations minières, industrielles, commerciales ou agricoles, ou des installations relatives à l'industrie artisanale ou des véhicules, des engins à moteur, des appareils de combustion, d'incinération des déchets, de chauffage ou de réfrigération
- Sont soumis aux dispositions de la loi 13-09 : des installations de production d'énergie Électrique seulement.
- Sont soumis aux dispositions de la loi 12-03 : les projets industriels seulement.

5 : Quelles sont les attributions de la police de l'environnement ?

6 : Donner quelques caractéristiques et avantages du cadre juridique environnemental Marocain.

7 : Donner quelques points de faiblesse du cadre juridique environnemental Marocain.

NB : Répondez sur la feuille d'examen.

Scanned with CamScanner

ENSA de Fès – 2016/2017
Pr. Mohammed BEKKALI

Colle TP

Exercice 1

On considère une séquence de nombres réels, à partir de cette séquence nous voulons construire un arbre binaire pour les stocker.

1. Définir la structure de données **ArbreBinaire** qui permet de traiter ce problème.
2. Développer la fonction **creerArbre** qui, à partir d'une collection d'entiers choisie par l'utilisateur, construit un arbre. (Vous pouvez utiliser d'autres fonctions intermédiaires).
3. Développer la fonction **afficherArbre** qui affiche les éléments de l'arbre dans l'ordre croissant préfixe.
4. développer la fonction **sommeArbre** qui calcule la somme des éléments de l'arbre.
5. Développer la fonction **nbNegatif** qui donne le nombre des nombres négatifs dans l'arbre.

Scanned with CamScanner

Colle TP

Exercice

Nous voulons gérer une liste des étudiants (nom, prénom, note).

1. Définir les structures de données nécessaires qui permettent de traiter ce problème.
2. Développer la fonction **insererEtudiant** qui insère un étudiant à la fin de la liste.
3. Développer la fonction **etudiantListe** qui affiche tous les étudiants de la liste.
4. Développer la fonction **moyennePromo** qui retourne la moyenne générale de la promotion.
5. Développer la fonction **moyenneRéussi** qui retourne la moyenne générale des étudiants ayant la moyenne.

Scanned with CamScanner

Colle TP

Exercice

Nous voulons gérer une liste de produit (desig, pu, qs).

1. Définir les structures de données nécessaires qui permettent de traiter ce problème.
2. Développer la fonction **insererProduit** qui insère un produit à la fin de la liste.
3. Développer la fonction **produitListe** qui affiche tous les produits de la liste.
4. Développer la fonction **prixProduit** qui retourne le prix d'un produit bien déterminé.
5. Développer la fonction **produitACommander** qui affiche la liste des produits (nom && qs) dont la quantité en stock est inférieure à un seuil passé en paramètre.

Enregistre
dans un fichier txt

Scanned with CamScanner

ENSA de Fès – 2016/2017
Pr. Mohammed BEKKALI

Colle TP

Exercice 1

On considère une séquence de nombres réels, à partir de cette séquence nous voulons construire un arbre binaire pour les stocker.

1. Définir la structure de données **ArbreBinaire** qui permet de traiter ce problème.
2. Développer la fonction **creerArbre** qui, à partir d'une collection d'entiers choisie par l'utilisateur, construit un arbre. (Vous pouvez utiliser d'autres fonctions intermédiaires).
3. Développer la fonction **afficherArbre** qui affiche les éléments de l'arbre dans l'ordre décroissant préfixe.
4. Développer la fonction **frequence** qui calcule le nombre d'occurrence d'un élément de l'arbre.
5. Développer la fonction **fromTabToArbre** qui transforme un tableau de réels en un arbre.

Scanned with CamScanner

Université sidi Mohamed Ben Abdellah 2016-17

ENSA - FES Pr. Zhani

Examen d'Analyse 4 (CP 2)

(Durée 2 h)

Exercice 1:

Soit f la fonction 2π –périodique, impaire, définie sur $[\,0\,,\,\pi\,]$ par

$$f(x) = x^2.$$

1) Déterminer la série de Fourier associée à f.
2) f est-elle développable en série de Fourier ?

Exercice 2 : Pour $n \in \mathbb{N}$ et $\lambda \in \,]\,0\,,\,1\,[$, on pose $f_n(z) = \dfrac{z^n}{\lambda z^2 - (1+\lambda^2) z + \lambda}$

et $I_n(r) = \displaystyle\int_{C_r} f_n(z)\, dz$ avec $r > 0$ et C_r le cercle de centre $(0,0)$ et de rayon r .

1) Trouver les pôles de f_n .
2) Calculer les résidus de f_n en chacun de ses pôlés.
3) Calculer les 3 intégrales suivantes : $I_n(\frac{\lambda}{2})$, $I_n(1)$ et $I_n(\frac{2}{\lambda})$.
4) On pose $J_n = \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{int}}{1+\lambda^2 - 2\lambda\cos(t)}\, dt$ avec $n \in \mathbb{N}$.

Trouver J_n en fonction de $I_n(1)$.

5) En déduire les coefficients de Fourier de la fonction 2π –périodique, définie sur $[\,0\,,\,\pi\,]$ par $g(t) = \dfrac{1}{1+\lambda^2 - 2\lambda\cos(t)}$

Exercice 3 :

1) Soit $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \le t < 2 \\ 1 & \text{si } t \ge 2 \end{cases}$ Trouver la transformée de Laplace

$\mathcal{L}\left(f(t)\right)(p)$, en précisant la condition sur p.

2) Trouver $\mathcal{L}\left(t\,e^{-t}\cos(3t) + t^2 + e^{-t} + \cos(3t)\right)(p)$.

3) Trouver $\mathcal{L}^{-1}\left(\dfrac{p+2}{p^2 + 8p + 20}\right)$

4) Résoudre l'équation différentielle suivante:

$y'' + 16\,y = \sin(t)$ avec $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.

Scanned with CamScanner

Exercice 4 : Calculer par la méthode des résidus l'intégrale suivante:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(2x)}{(x^2+1)^2}\,dx$$

Exercice 5 : Soient $a > 0$ et $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad -a < t < a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

1) Trouver la transformée de Fourier de f.
2) En déduire :

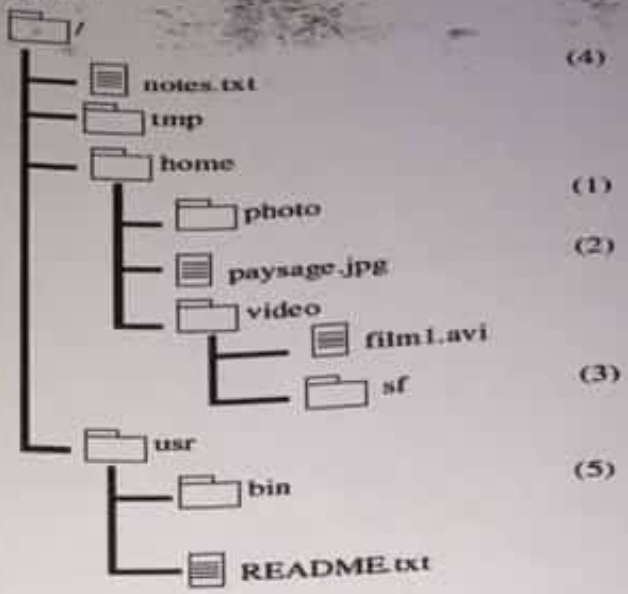
a) La valeur de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(a\,x)\cos(x\,t)}{x}\,dx.$

b) La valeur de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x}\,dx.$

Scanned with CamScanner

Exercice 2 :

Soit l'arborescence suivante :



Votre répertoire courant est en (1).

1. Donnez le chemin absolu de votre répertoire courant

.....

2. Donnez un chemin relatif de votre répertoire courant

.....

Depuis votre répertoire courant :

3. Donnez le chemin absolu pour désigner le fichier (2)

.....

4. Donnez un chemin relatif pour désigner le fichier (2)

.....

5. Donnez le chemin absolu pour désigner le répertoire (3)

.....

6. Donnez un chemin relatif pour désigner le répertoire (3)

.....

7. Donnez le chemin absolu pour désigner le fichier (4)

.....

8. Donnez un chemin relatif pour désigner le fichier (4)

.....

9. Donnez le chemin absolu pour désigner le répertoire (5)

.....

10. Donnez un chemin relatif pour désigner le répertoire (5)

.....

Scanned with CamScanner

Examen TP :

1. Lister tous les fichiers de « /usr/bin » dont le nom commence par « aa » ou par « xa »

2. Lister tous les fichiers de « /usr/bin » dont le nom commence par « t », « x », « y », ou « g »

3. Lister tous les fichiers de « /usr/bin » dont le nom comporte au moins 3 caractères

4. Lister tous les fichiers de « /usr/bin » dont le nom comporte exactement 3 caractères

5. Ecrire une commande pour consulter les fichiers appartenant à l'utilisateur USER1

6. Ecrire une commande pour consulter les fichiers n'appartenant pas à l'utilisateur USER1

7. Chercher dans un fichier « File » toutes les lignes contenant un «r» précédé de n'importe quelle lettre majuscule ou minuscule

8. Chercher dans un fichier « File » toutes les lignes contenant la chaîne mm ou MM

9. Afficher les 15 premières, puis les 15 dernières lignes du fichier « /etc/passwd »

10. Afficher le fichier « /etc/passwd » à partir de la ligne 15 jusqu'à la ligne 20

Scanned with CamScanner

Exercice 4 :

1. Dans mon répertoire d'accueil, j'ai un certain nombre de fichiers avec un suffixe .c. Je désire les regrouper dans un répertoire que j'appellerai C/. Quelles sont les commandes que je dois taper ?

.....

.....

.....

2. Affichez tous les fichiers commençant par un «a» majuscule ou une minuscule, suivi d'éventuellement quelques lettres ou chiffres, par un chiffre entre 3 et 6 ?

.....

.....

3. Comment fait-on pour spécifier que le fichier recherché est un répertoire ?

.....

4. Comment indiquer que le fichier recherché à une taille supérieure à une taille donnée ?

.....

5. Affichez la liste des fichiers dans /bin dont le nom commence par «a» et dont la deuxième lettre est «s» ou «t».

.....

.....

6. Affichez la liste des fichiers dans /bin dont le nom Contient «gre» ou «st».

.....

.....

7. Affichez la liste des fichiers dans /bin dont le nom commence et finit par un chiffre.

.....

.....

8. Donnez le nombre de fichiers dans /usr/bin.

.....

9. Donnez la liste de tous les comptes utilisateurs triés par ordre alphabétique. Le résultat sera mis dans le fichier /tmp/out.

.....

.....

10. Donnez la liste des utilisateurs du groupe Etudiant.

.....

.....

Scanned with CamScanner

Examen Système d'Exploitation - Rattrapage -

Nom & Prénom : .....

Numéro : .....

Examen Ecrit :

1. Afficher le contenu d'un fichier avec le nom « file.txt »

.....

.....

2. Afficher le contenu des fichiers texte dont le nom commence par un B se trouvant le répertoire courant

.....

.....

3. Afficher le contenu des fichiers texte dont le nom commence par une lettre entre A et M se trouvant le répertoire courant

.....

.....

4. Affichez le contenu de tous les fichiers texte se trouvant le répertoire courant

.....

.....

5. Diriger la sortie de la commande précédente vers une autre commande permettant d'afficher le nombre de mots dans ce sous-ensemble de fichiers texte

.....

.....

6. Afficher les 5 premières, puis les 5 dernières lignes du fichier « /etc/passwd »

.....

.....

7. Afficher la 7ième ligne de ce fichier (et elle seule), en une seule ligne de commande

.....

.....

8. Afficher la liste des fichiers dont l'utilisateur possède au minimum les droits de lecture et d'écriture

.....

.....

9. Ecrire une commande qui donne le nombre de répertoires du répertoire courant

.....

.....

10. Ecrire une commande qui donne le nombre de fichiers ordinaires du répertoire courant

.....

.....

Scanned with CamScanner

Exercice 3 :

1. Créez les groupes suivants : Grp1, Grp2, Grp3 et Etudiant

2. Ajouter les utilisateurs suivants

Login	Group	Groupe secondaire	Répertoire Personnel	UID
User1	Grp1	Etudiant		
User2	Grp1	Etudiant		
User3	Grp2			
User4	Grp3	Etudiant		
User5	Etudiant		/home/resp	1000

3. Ajouter User3 au groupe Etudiant

4. En une seule commande
   a. Rendre User5 appartenir au groupes Grp3 et au groupe Etudiant.
   b. Rendre son répertoire personnel /home/User5

5. Le super-utilisateur veut copier le fichier linux.pdf se trouvant sous son répertoire personnel à User1 et le rendre propriétaire de fichier. Que doit-il faire en une seule ligne?

6. L'utilisateur User2 possède deux fichiers (bd.pdf et prog.java) et un répertoire docs. Donner la suite de commande qui permettent de
   a. Rendre le fichier bd.pdf visible par tous les utilisateurs du groupe Grp1.
   b. Rendre le fichier pog.java visible uniquement par User2.
   c. Rendre le répertoire docs visible par tous les utilisateurs du groupe Etudiant.

7. C'est quoi la commande qu'User1 doit taper pour rendre le fichier bd.pdf accessible en lecture par tout le monde.

Scanned with CamScanner

ENSA

2015 / 2016

Examen de
Probabilité Statistiques (Durée 2h)

Exercice 1: Une urne est pleine de billes de bois (B) ou de verre (V) de couleur rouge (R) ou noire (N). Les 2/3 des billes sont rouges, le reste noir. La moitié des billes rouges sont en bois, ainsi que le quart des noires. Vous plongez la main dans l'urne et vous tirez une boule en verre, quelle est la probabilité qu'elle soit rouge

Exercice 2: Sous l'hypothèse que 3 % des êtres humains sont gauchers, calculer la probabilité que parmi 100 personnes, au moins 7 soient gauchères.

Exercice 3: Le diamètre (exprimé en cm.) des tomates livrées à une usine d'emballage américaine suit une loi normale (5, σ), où σ est inconnu. Un tri automatique rejette toutes les tomates dont le diamètre n'est pas compris entre 4 cm et 6 cm.

a) On constate que 15 % des tomates livrées sont rejetées par ce procédé de tri. Calculer σ.

b) Le directeur veut réduire à 10% le pourcentage de tomates rejetées lors du tri. Ne pouvant agir sur les livraisons, il installe un système de tri qui rejette les tomates de diamètre inférieur à (5-s) ou supérieures à (5+s). Calculer s.

Exercice 4 : Au sein d'une population de personnes, 4% mesurent moins de 1,60 m et 12% plus de 1,80m ; si on suppose que la taille de ces personnes suit une loi normale, quelle est la taille moyenne de cette population ainsi que son écart-type ?

Exercice 5 : On donne la série statistique suivante :

Classes	Effectifs n_i
[1 – 2[	2
[2 – 4[	1
[4 – 6[	n
[6– 9[	2
[9– X[	2

1) Calculer la valeur de la borne supérieure X sachant que l'étendue est égale à 13
2) calculer n sachant que l'effectif total est 10
3) Représentez graphiquement cette série.
4) Calculez les 3 quartiles, la classe modale et le mode.
5) Calculer les FCC et FCD
6) Calculez la moyenne, la variance, l'écart-type.
7) Calculer le nombre n_i : dont la valeur est : inférieur à 3,7 ; comprise entre 5,2 et 9,7.

EXERCICE 6 : 5 personnes souffrant d'obésité suivent un régime d'amincissement. Soit X temps du régime en mois et Y poids perdu en kg.

$\sum x = 15$ $\sum x^2 = 55$ $n = 5$ $\sum y = 35$ $\sum y^2 = 279$ $\sum xy = 123$

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de X et Y.
2. Donner l'équation de la droite d'ajustement linéaire de Y sur X.
3. Quel est le poids prévu d'être perdu au bout de 12 mois ?

Scanned with CamScanner

Control
Probabilité Statistiques
(Durée 1h 30 mn)

Exercice 1 : Avant de partir en vacances vous priez votre voisin de bien vouloir arroser une plante souffrante durant votre absence. Sans arrosage, elle mourra avec la probabilité 0,8 ; avec arrosage, elle mourra avec la probabilité 0,15. Vous êtes sûr à 90% que votre voisin l'arrosera.

a) Quelle est la probabilité que la plante soit vivante à votre retour ?

b) Si elle est morte, quelle est la probabilité que le voisin ait oublié de l'arroser ?

Exercice 2 : Une urne est pleine de billes de bois (B) ou de verre (V) de couleur rouge (R) ou noire (N). Les 2/3 des billes sont rouges, le reste noir. La moitié des billes rouges sont en bois, ainsi que le quart des noires. Vous plongez la main dans l'urne et vous tirez une boule en verre, quelle est la probabilité qu'elle soit rouge

Exercice 3 : Pour contrôler l'état de santé en diabète d'un groupe d'individus, on procède à un contrôle du taux de glycémie dans le sang pour chacun de ces individus. On admet que 5% sont diabétiques.

1° Quelle est la probabilité de ne trouver personne diabétique au cours d'un contrôle de 20 personnes ?

2° Quelle est la probabilité de ne trouver que 2 personne diabétique au cours d'un contrôle de 40 personnes ?

3° Quelle est la probabilité de trouver au moins 4 personnes diabétique au cours d'un contrôle de 100 personnes ?

Exercice 4: Au sein d'une population de personnes, 4% mesurent moins de 1,60 m et 12% plus de 1,80m ; si on suppose que la taille de ces personnes suit une loi normale, quelle est la taille moyenne de cette population ainsi que son écart-type ?

Exercice 5: Le diamètre (exprimé en cm.) des tomates livrées à une usine d'emballage américaine suit une loi normale $(7, \sigma)$, où s'est inconnu. Un tri automatique rejette toutes les tomates dont le diamètre n'est pas compris entre 6cm et 8 cm.

a) On constate que 10% des tomates livrées sont rejetées par ce procédé de tri. Calculer l'écart type σ.

b) Le directeur veut réduire à 5% le pourcentage de tomates rejetées lors du tri. Ne pouvant agir sur les livraisons, il installe un système de tri qui rejette les tomates de diamètre inférieur à (7-s) ou supérieures à (7+s). Calculer s.

Scanned with CamScanner

ENSA

2014/2015

Examen de
Probabilité Statistiques (Durée 2h)

Exercice 1: La variance S^2 d'un échantillon est-elle un estimateur sans biais de σ^2 (variance dans la population) ? Justifier votre réponse et donner sinon un estimateur sans biais de σ^2.

Exercice 2: Une machine est réglée pour faire remplir des bouteilles d'un volume moyen de 255 cm^3 et un écart-type de 4 cm^3.

a) Quelle est la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard ait un volume compris entre 250 et 260 cm^3.
b) Sur une production de 1000 bouteilles, combien auront un volume inférieur à 250 cm^3.
c) Quelle valeur fat-il donner au volume moyen pour que cette production soit de 5%.

Exercice 3: Une urne contient 10 boules blanches, 6 boules rouges et 4 boules noires. On tire 3 boules simultanément :

a- Quelle est la probabilité que le tirage soit tricolore (trois couleurs différentes) ?
b- Quelle est la probabilité que le tirage soit bicolore (deux couleurs différentes) ?
c- Quelle est la probabilité que le tirage soit unicolore (une seule couleur) ?

Exercice 4 : Des chambres à air sont produites en série et 2% ont des défauts. Un garagiste en achète 5.

a) Quelle est la probabilité que les 5 soient en bon état ?
b) On suppose qu'il annule sa commande si plus de 2 articles ont des défauts. Quelle est la probabilité qu'il annule sa commande ?.

EXERCICE 6: Pour mesurer la dépendance entre l'âge et le risque cardio-vasculaire, on a observé 12 patients, pour lesquels on dispose de l'âge en années (variable X), et du logarithme du dosage en d-dimères (variable Y). On donne les quantités suivantes :

$\sum x_i = 596$; $\sum x_i^2 = 32435$; $\sum y_i = -5.2$; $\sum y_i^2 = 4.3$; $\sum x_i y_i = -188.58$

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de X et Y.
2. Calculer l'équation de la droite de régression linéaire de Y sur X.
3. Quelle valeur de Y prévoyez-vous pour un individu de 60 ans ?

Exercice 7: On donne la série statistique suivante :

a) Représentez graphiquement cette série.
b) Calculez les 3 quartiles.
d) Déterminez la classe modale et le mode.
e) Calculez la moyenne, la variance, l'écart-type.
f) Calculer le nombre n_i dont la valeur est : inférieur à 2,7 ; supérieure à 6,5 ; comprise entre 3,2 et 8,7.

Classes	Effectifs n_i
[1 – 2[	2
[2 – 4[	1
[4 – 6[	3
[6 – 9[	2
[9 – 10[	2

Exercice 5 : Un producteur de barres plastiques propose des lots en nombre de 12 barres chacun. La pesée de chaque lot donne pour poids moyen l'intervalle de confiance au seuil de 5% : [390g, 520g]. Donnet la moyenne et la variance du poids de chaque lot.
Une barre est acceptable si son poids appartient à cet intervalle. Déterminer la proportion des barres défectueuses.

Scanned with CamScanner

Université Sidi Mohamed Ben Abdullah **2016/2017**
ENSA FES

Examen de
Probabilité Statistiques (CP2)
(Durée 2h)

Exercice 1 : On donne la distribution suivante :

classes	Effectifs n_i
[0 – 2[	10
[2 – 4[	14
[4 – x[	12
[x – 10[	20
[10 – 14[	18
14 et plus	26

1) Sachant que la médiane de cette distribution est 9.1 calculer x
2) La moyenne arithmétique de la population étudiée est 9.46. Calculer la borne supérieure de la dernière .
3) Représentez graphiquement cette série.
4) Calculez l'étendue, les 3 quartiles, le mode, l'écart-type.

Exercice 2: Une entreprise envisage la fabrication d'un nouveau produit. Elle étudie la demande Y pour ce produit afin de déterminer le prix de vente X (en euros) qui lui permettra de maximiser la recette. Une enquête a été réalisée dans 6 régions et on obtient les résultats suivants : $\sum x = 205$ $\sum x^2 = 7675$ $n = 6$ $\sum y = 216$ $\sum y^2 = 8552$ $\sum xy = 6680$

1) Déterminer la droite d'ajustement de y par rapport à x.
2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Que peut-on conclure ?
3) Quelle pourrait être une estimation de la demande si le prix de vente est fixé à 40 euros ?

Exercice 3 : On fait passer 2 tests successivement à des étudiants. Les 2/3 réussissent le 1ier test. La probabilité de réussir le 2ième test est de 0.7 si le 1ier a été réussit et de 0.3 si le 1ier a été raté. On prend 1 étudiant au hasard.

1) Quelle est la probabilité qu'il réussisse les 2 tests ? 0,46
2) Quelle est la probabilité qu'il réussisse le 2ième test ? 0,57
3) S'il réussisse le 2ième test, quelle est la probabilité qu'il ait réussit le 1ier? 0,82

Exercice 4: Dans une usine d'emballage, le pourcentage de boites défectueuses est de 5%. Un contrôleur teste un lot de 6 boites prélevées de cette production. Soit X la v.a égale au nombre de boites défectueuses dans ce lot.

1) Quelle est la loi suivie par X ? Calculer son espérance et son écart-type.
2) Calculer la probabilité qu'au moins une boite soit défectueuse
3) Calculer la probabilité que 3 boites soient non défectueuses
4) Le gérant de cette usine décide de faire un control plus rigoureux en testant maintenant sur 100 boites. Donner une approximation de la loi suivie par X.
5) Calculer : $P(X > 3)$, $P(X = 2)$, $P(X \leq 3)$, $P(X \geq 1)$ et $P(X < 2)$

Exercice 5 : On admet que le poids des colis entreposés dans un hangar déterminé d'une entreprise de stockage est distribué suivant une loi normale de moyenne égale à 40 kg et d'écart-type égal à 5 kg.

1) Quelle est la probabilité que le poids d'un colis soit compris entre 35 et 48 kg ?
2) Sur 100 colis, combien auront un poids qui dépasse 47 kg ?
3) On admet maintenant qu'un colis est jugé conforme si son poids est inférieur à 42 kg, sur 100 colis, combien de colis seront conformes ?
4) Quel est le poids x au dessous duquel se trouvent 60% des colis ?
5) Calculer l'intervalle centré sur la moyenne qui contient qui 90% des colis ? 8,25

Scanned with CamScanner

Ecole Nationale des Sciences Appliquées — 2018-2019
Université Sidi Mohamed Ben Abdellah — Algèbre IV
Fès — CP2

EVALUATION DE FIN DE SEMESTRE
Session ordinaire (Durée : 2h00)

Exercice 1. On considère l'anneau $\mathbb{R}[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbb{R}$. Soient $P = X^3 + X^2 + X + 1$ et $Q = X^3 - X^2 + X - 1$.

(1) Montrer $(P) + (Q) = (X^2 + 1)$ (Indication : vérifier que $\text{pgcd}(P, Q) = X^2 + 1$).

(2) On note $j = e^{2i\pi/3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Nous rappelons que $j^2 + j + 1 = 0$.

(a) Montrer que l'application

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R}[X] & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ & P & \longmapsto & P(j) \end{array}$$

est un morphisme d'anneaux

(b) Montrer que f est surjectif (remarquer que $i = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}j$).

(3) Montrer que $\ker(f) = (X^2 + X + 1)$ (considérer la division euclidienne de $P \in \ker(f)$ par le polynôme $X^2 + X + 1$).

(4) En déduire que $\mathbb{R}[X]/(X^2 + X + 1) \cong \mathbb{C}$.

(5) Que peut-on dire de l'idéal $(X^2 + X + 1)$ de $\mathbb{R}[X]$?

Exercice 2. On considère l'anneau $\mathbb{Z}[i] = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ sur lequel on définit l'application norme N donnée par $N(a + ib) = |a + ib|^2 = a^2 + b^2 \in \mathbb{N}$.

(1) Vérifier que N est multiplicative.

(2) Déterminer les éléments inversibles de $\mathbb{Z}[i]$.

(3) Soient $x, y \in \mathbb{Z}[i]$ avec $y \neq 0$.

(a) Montrer qu'il existe $q \in \mathbb{Z}[i]$ tel que $\left|q - \frac{x}{y}\right| < 1$.

(b) On pose $r = x - qy$. Vérifier que $|r| < |y|$.

(c) Conclure que l'anneau $\mathbb{Z}[i]$ est Euclidien.

(d) Chercher une division euclidienne de $x = 5 + 6i$ par $y = 2 - 3i$ dans $\mathbb{Z}[i]$.

(4) Donner tous les diviseurs de $-1 + 3i$ dans $\mathbb{Z}[i]$.

(5) Donner tous les pgcd de $2i$ et $-1 + 3i$ dans $\mathbb{Z}[i]$.

Scanned with CamScanner